

TIPO: CURSO DE POSGRADO.

NOMBRE: MECÁNICA DE MEDIOS CONTINUOS.

VIGENCIA: Primer Cuatrimestre (Año 2020).

OBJETIVOS: El objetivo principal de este curso de posgrado es establecer las bases matemáticas y físicas, de una manera unificada, comunes a la mecánica de sólidos deformables, la mecánica de los fluidos y la transmisión del calor.

El curso inicia con las bases matemáticas necesarias para desarrollar la teoría de medios continuos, prosigue con los conceptos de cinemática y dinámica de un medio continuo y termina con el desarrollo de algunas ecuaciones constitutivas para modelar problemas de transferencia de calor, mecánica de sólidos y de los fluidos.

Se realiza una profunda revisión de las nociones fundamentales en la mecánica de los medios continuos, incluidos los conceptos de: punto material, hipótesis del continuo, cuerpo continuo deformable, movimiento, trayectoria, deformación, fuerzas y tensiones, leyes de balance y ecuaciones constitutivas, con aplicaciones a la transferencia de calor, la mecánica de sólidos deformables y la mecánica de fluidos.

DOCENTES RESPONSABLES: Dr. Ing. Sergio Preidikman y Dr. Ing. Bruno Antonio Rocca.

Oficina 109; Departamento de Estructuras; Facultad de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales; Universidad Nacional de Córdoba; TE: (0351) 433-4145 Interno 35; e-mails: spreidikman@unc.edu.ar y spreidik@um.edu

PROFESIONALES A LOS QUE ESTÁ ORIENTADO: Ingenieros Mecánicos, Aeronáuticos, Civiles, Electromecánicos, Electricistas, y Químicos. Licenciados en Matemática, Física y Química. Todo aquel profesional interesado en el Método de los Elementos Finitos y que satisfaga los requisitos descriptos en el ítem "PRE-REQUISITOS".

PRE-REQUISITOS: Tener conocimientos, a nivel de carrera de grado, en: Álgebra Lineal, Análisis Matricial, Cálculo de Varias Variables, Métodos Numéricos, Ecuaciones Diferenciales Ordinarias y Ecuaciones Diferenciales en Derivadas Parciales. Es recomendable tener experiencia previa en programación utilizando MATLAB®.

Se entiende que lo que se presenta como "recomendable" no es excluyente. Sin embargo, el postulante que no posea esta experiencia previa deberá realizar un esfuerzo adicional, habida cuenta de la íntima relación con la temática de la asignatura. La aceptación de aquellos postulantes que no satisfagan alguna de las condiciones citadas anteriormente, quedará a criterio de los docentes responsables del dictado de la asignatura, previa evaluación de los antecedentes del postulante.

DURACIÓN Y ORGANIZACIÓN: 60 horas. Un total de 15 semanas de clases.

El total del tiempo se dedicará a clases teórico-prácticas, las que se desarrollarán en aula. El presente curso no requiere de trabajos de campo, gabinete o laboratorio, visitas o viajes de estudio.

Lugar de Clases: [anfiteatro a confirmar.](#)

Horario: [miércoles de 14:00 a 18:00hs.](#)

Fecha de inicio: [4 de marzo de 2020.](#)

Fecha de finalización: [17 de junio de 2020.](#)

METODOLOGÍA DE DICTADO: Se dictará una clase teórica/práctica semanal de 4 (cuatro) horas de duración. La misma se desarrollará en aula, con exposición oral, uso de pizarrón, de proyector multimedia, y de computadoras.

Se fijarán horarios de consulta, fuera del horario de clases, de acuerdo con las posibilidades de los docentes responsables de la asignatura y de los estudiantes inscriptos.

METODOLOGÍA DE EVALUACIÓN Y APROBACIÓN: La evaluación se realizará mediante: i) la presentación de trabajos prácticos y ii) la confección de programas de computadora (acompañados de sus respectivos informes) que servirán para implementar los conocimientos adquiridos en el curso.

Todos los trabajos prácticos, proyectos de computadora e informes deberán ser realizados de manera individual por cada estudiante. Los trabajos prácticos y los informes deberán ser entregados en la fecha estipulada por los docentes. No se aceptarán trabajos prácticos e informes tardíos.

La calificación final se determinará por ponderación de las actividades i) y ii), de la siguiente manera:

- Trabajos prácticos: 70% de la nota final.
- Programas de computadora = 30% de la nota final.

NECESIDADES DE INFRAESTRUCTURA: Disponibilidad de un aula con pizarra blanca y un retroproyector.

PROGRAMA ANALÍTICO RESUMIDO:

1. Preliminares Geométricos
2. Álgebra Vectorial y Tensorial
3. Análisis Vectorial y Tensorial
4. Cinemática de Cuerpos Deformables I: Descripción Del Movimiento
5. Cinemática de Cuerpos Deformables II: Medidas de Deformación y sus Tasas de Cambio
6. Ecuaciones de Balance
7. Relaciones Constitutivas: Ejemplos de Modelos Matemáticos

PROGRAMA ANALÍTICO DESARROLLADO:

Parte I – PRELIMINARES GEOMÉTRICOS

Conceptos Topológicos: Puntos. Conjuntos y Algebra de Conjuntos. Conjuntos Numerables y No-Numerables. La Hipótesis de Continuo. Conjuntos Abiertos. Frontera. Clausura. Conjuntos Cerrados. Conectividad. Transformaciones Afines. Homomorfismos e Isomorfismos.
Números Reales y Espacios Euclídeos: Espacio Euclídeo de Puntos. Propiedades. Subconjuntos del Espacio Euclídeo. Espacio Euclídeo Vectorial. Espacios Métricos. Espacios Normados. Espacios con Producto Interno.

Parte II – ÁLGEBRA VECTORIAL Y TENSORIAL

Escalares y Vectores: Bases de Vectores. Vectores Geométricos y Vectores Algebraicos. Algebra de Vectores. Tensores: Tensores de Segundo Orden. Algebra de Tensores. Notación Matricial. Tensores Simétricos. Tensores Antisimétricos. Tensores Ortogonales. Tensores de Orden Superior. Autovalores y Autovectores de Tensores. El teorema Espectral. El teorema de Cayley-Hamilton. Notación Indicial y Directa o Compacta.
Cambios de Base: Leyes de Transformación para las Componentes de un Vector y de un Tensor. ([Bases Generales: El Espacio Dual. Bases Covariantes. El Tensor Métrico. Componentes Covariantes, Contravariantes, y Mixtas.](#))

Parte III – ANÁLISIS VECTORIAL Y TENSORIAL

Funciones: Escalares, Vectoriales, y Tensoriales. Funciones 1-1 y “sobre”. Funciones que preservan la Orientación. Campos: Escalares, Vectoriales, y Tensoriales.
Diferenciación: El concepto de Derivada Direccional. El Operador de Gâteaux. Diferencial Total. Regla de la Cadena. Gradiente. Divergencia. Rotor. Potenciales. El Operador Laplaciano y el Hessiano.
Teoremas Integrales: El teorema de la Divergencia (Green-Gauss-Ostrogradskii). El Teorema de Stokes. El Teorema de la Función Inversa. El Teorema de la Función Implícita. El Teorema de Cambio de Variables.

Parte IV – CINEMÁTICA DE CUERPOS DEFORMABLES I: DESCRIPCIÓN DEL MOVIMIENTO

Cuerpos Continuos Deformables: Estructura Molecular y la Hipótesis del Continuo. Puntos Materiales. Configuraciones (Configuración de Referencia y Configuración Actual). Movimiento. Desplazamiento. Trayectorias. Coordenadas Materiales y Espaciales. Ejemplos de movimientos (Homogéneos, Rotaciones).
Descripciones Lagrangianas (material) y Eulerianas (espacial) del Movimiento.
Derivadas del Movimiento: Derivadas respecto del Tiempo. Derivadas respecto de la Posición. Derivadas Materiales y Derivadas Espaciales. El Gradiente de Deformación y el Gradiente del Campo de Desplazamientos.

Campos: Campos de Desplazamiento, de Velocidad, de Aceleración, y de Deformación.

Tres tipos de Arco: "Pathlines", "Streamlines", y "Streaklines".

Diferenciación de Integrales que dependen de un Parámetro: Integrales sobre Dominios Móviles. Integrales de Línea, de Superficie y de Volumen. El Teorema del Transporte de Reynolds.

Parte V – CINEMÁTICA DE CUERPOS DEFORMABLES II: MEDIDAS DE DEFORMACIÓN Y SUS TASAS DE CAMBIO

Medidas de Deformación: Tensores de Deformación (Derecho e Izquierdo de Cauchy-Green, Green-St. Venant, Almansi-Hamel). Direcciones Principales e Invariantes de Deformación. El Tensor de Deformaciones Pequeñas (o Infinitesimales, o Ingenieriles).

Tasas de Movimiento: Descripciones Lagrangianas y Eulerianas.

Tasas de Deformación: El Gradiente del Campo de Velocidades. "Stretching and Spin/Rotation Tensors", "Spin", y Vorticidad. Vorticidad y Circulación.

Transformaciones entre Observadores: La Transformación de Piola. Cambios de Marcos de Referencia.

El teorema de la Descomposición Polar. Linealización de la Cinemática.

Parte VI – ECUACIONES DE BALANCE

Balance de Masa: Forma Local de la Ecuación de Conservación de la Masa. Centro de Masa.

Balance de la Cantidad de Movimiento Lineal: Fuerzas de Volumen. Fuerzas de Contacto. El Concepto de Tensión. Vectores de Tracción. Existencia de Tensores de Tensión (La Hipótesis de Cauchy). Análisis de Tensiones. Ejemplos de Estados de Tensión. Otros Tensores de Tensión. Marcos de Referencia Inerciales. Balance de la Cantidad de Movimiento Lineal en Coordenadas "Referenciales".

Balance de la Cantidad de Movimiento Angular: El Teorema de Cauchy. El Tensor de Tensiones de Cauchy. Simetría del Tensor de Tensiones.

Ecuaciones de Movimiento Referidas a la Configuración de Referencia: Los Tensores de Tensiones de Piola-Kirchhoff. Potencia.

Energía y Conservación de la Energía: Energía Cinética, Interna, Termodinámica. El Principio de la Conservación de la Energía. Formas Locales del Principio de Conservación de la Energía.

(Desigualdades Termodinámicas: Motivación. La Segunda Ley de la Termodinámica. El Principio de Desigualdad de Entropía. Desigualdad de Clausius-Duhem. El Principio "Maestro" de Balance. Condiciones de Discontinuidad ("Jump Conditions"): Superficies singulares. Localización.)

Parte VII – RELACIONES CONSTITUTIVAS: EJEMPLO DE MODELOS MATEMATICOS

Reglas y Principios para las Ecuaciones Constitutivas: El Principio de Determinismo. El Principio de Objetividad. El Principio de Consistencia Física. El Principio de la Simetría Material. El Principio de la Acción Local.

Transferencia de Calor: Propiedades de la ecuación del calor.

Teoría Potencial: Motivación. Condiciones de borde. Unicidad de la solución de la ecuación diferencial de Poisson. Principios de extremos. Propiedades del valor medio.

Mecánica de los Fluidos: Fluidos ideales. Un fluido ideal en un marco de referencia no inercial. Acústica. Ecuaciones de Navier-Stokes para Flujos Incompresibles. El Principio de Objetividad para Fluidos. Unicidad y Estabilidad.

Mecánica de Sólidos: Elasticidad Finita. Estado de Corte Puro en un Cuerpo Isotrópico y Homogéneo. Cuerpos Hiperelásticos. El Tensor de Elasticidad. Elasticidad Lineal. Derivación de la Teoría Lineal. Flexión y Torsión. El Principio de Objetividad para Sólidos.

BIBLIOGRAFÍA:

1. Morton E. Gurtin, *An Introduction to Continuum Mechanics*, Volume 158 (Mathematics in Science and Engineering) 1st Edition, Academic Press, New York, NY, USA, ISBN-13: 978-0-123-09750-7, 1981.
2. Myron B. Allen, *Continuum Mechanics: The Birthplace of Mathematical Models*, John Wiley & Sons, Inc., Hoboken, New Jersey, USA, ISBN-13: 978-1-118-90937-9, 2015.
3. Romesh C. Batra, *Elements of Continuum Mechanics*, (AIAA Educational Series), American Institute of Aeronautics and Astronautics, 1801 Alexander Bell Drive, Reston, VA, USA, ISBN: 1-56347-699-1, 2006.
4. Y. C. Fung, *A First Course in Continuum Mechanics*, 3rd Edition, Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, USA, ISBN-13: 978-0-130-61524-4, 1994.

5. Gerhard A. Holzapfel, *Nonlinear Solid Mechanics: A Continuum Approach for Engineering*, 1st Edition, John Wiley & Sons, Inc., Hoboken, New Jersey, USA, ISBN-13: 978-0-471-82319-3, 2000.
6. Peter Chadwick, *Continuum Mechanics: Concise Theory and Problems*, Dover Publications, Inc., Mineola, NY, USA, ISBN-13: 978-0-486-40180-5, 1999.
7. J. Tinsley Oden, *An Introduction to Mathematical Modeling: A Course in Mechanics*, 1st Edition, John Wiley & Sons, Inc., Hoboken, New Jersey, USA, ISBN-13: 978-1-118-01903-0, 2011.

REFERENCIAS PARA LECTURA ADICIONAL:

1. Ray M. Bowen, and C. -C. Wang, *Introduction to Vectors and Tensors, Volume 1: Linear and Multilinear Algebra*, 2nd Edition, (Dover Books on Mathematics), Dover Publications, Inc., Mineola, NY, USA, ISBN: 978-0-306-37508-8, 2009.
2. Ray M. Bowen, and C. -C. Wang, *Introduction to Vectors and Tensors, Volume 2: Vector and Tensor Analysis*, (Dover Books on Mathematics), Dover Publications, Inc., Mineola, NY, USA, ISBN: 978-0-306-37509-5, 2009.
3. Mikhail Itskov, *Tensor Algebra and Tensor Analysis for Engineers: With Applications to Continuum Mechanics*, 5th Edition, (Series: Mathematical Engineering), Springer Nature, Switzerland AG, ISBN: 978-3-319-98805-4, 2019.
4. Ray M. Bowen, *Introduction to Continuum Mechanics for Engineers: Revised Edition*, (Dover Civil and Mechanical Engineering), Dover Publications, Inc., Mineola, NY, USA, ISBN-13: 978-0-486-47460-1, 2010.
5. Oscar Gonzalez and Andrew M. Stuart, *A First Course in Continuum Mechanics*, Cambridge University Press, The Edinburgh Building, Cambridge CB2 8RU, UK, ISBN-13: 978-0-521-71424-2, 2008.
6. Michael S. Ruderman, *Fluid Dynamics and Linear Elasticity: A First Course in Continuum Mechanics*, Springer Nature Switzerland, AG, ISBN-13: 978-3-030-19296-9, 2019.
7. Javier Bonet and Richard D. Wood, *Nonlinear Continuum Mechanics for Finite Element Analysis*, 2nd Edition, Cambridge University Press, The Edinburgh Building, Cambridge CB2 8RU, UK, ISBN-13: 978-0-511-39468-3, 2008.
8. Javier Bonet, Antonio J. Gil, and Richard D. Wood, *Worked Examples in Nonlinear Continuum Mechanics for Finite Element Analysis*, Cambridge University Press, The Edinburgh Building, Cambridge CB2 8RU, UK, ISBN-13: 978-1-107-60361-5, 2012.
9. Stephen E. Bechtel and Robert L. Lowe, *Fundamentals of Continuum Mechanics. With Applications to Mechanical, Thermomechanical, and Smart Materials*, Academic Press, 525 B Street, Suite 1800, San Diego, CA 92101-4495, USA, ISBN-13: 978-0-12-394600-3, 2015.
10. Jerrold E. Marsden, Thomas J. R. Hughes, *Mathematical Foundations of Elasticity*, (Dover Civil and Mechanical Engineering), Dover Publications, Inc., Mineola, NY, USA, ISBN-13: 978-0-486-67865-8, 1994.
11. Marcelo Epstein, *The Geometrical Language of Continuum Mechanics*, Cambridge University Press, The Edinburgh Building, Cambridge CB2 8RU, UK, ISBN-13: 978-0-521-19855-4, 2010.
12. Rutherford Aris, *Vectors, Tensors, and the Basic Equations of Fluid Mechanics*, (Dover Books on Mathematics), Dover Publications, Inc., Mineola, NY, USA, ISBN-13: 978-0-486-66110-0, 1990.
13. Peter S. Bernard, *Fluid Dynamics*, Cambridge University Press, The Edinburgh Building, Cambridge CB2 8RU, UK, ISBN-13: 978-1-107-07157-5, 2015.
14. Alexandre J. Chorin and Jerrold E. Marsden, *A Mathematical Introduction to Fluid Mechanics*, 3rd Edition, Springer-Verlag New York, Inc., 175 Fifth Avenue, New York, NY 10010, USA, ISBN: 978-0-387-97918-2, 1993.

COMENTARIOS: Notas de Clase y bibliografía relativa al material a cubrir en el curso, en formato pdf, serán provistas a los estudiantes por los profesores responsables.